

SPISAK AKSIOMA

Euklidska geometrija

I Aksiome incidencije (pripadanja)

- I_1 Za svake dve tačke A i B postoji prava a koja je incidentna i sa tačkom A i sa tačkom B .
- I_2 Za svake dve tačke A i B postoji najviše jedna prava koja je incidentna sa svakom od tačaka A i B .
- I_3 Za svaku pravu postoje bar dve tačke koje su sa njom incidentne. Postoje bar tri tačke koje nisu incidentne sa istom pravom.
- I_4 Za svake tri tačke A, B, C koje nisu incidentne sa istom pravom, postoji ravan koja je incidentna sa svakom od tačaka A, B, C .
Svakoj ravni je incidentna bar jedna tačka.
- I_5 Za svake tri tačke A, B, C koje nisu incidentne sa istom pravom, postoji najviše jedna ravan koja je incidentna sa svakom od tih tačaka.
- I_6 Ako su dve tačke prave a incidentne sa ravni α , tada je svaka tačka prave a incidentna sa ravni α .
- I_7 Ako postoji jedna tačka koja je incidentna i sa ravni α i sa ravni β , tada postoji bar još jedna tačka koja je incidentna i sa ravni α i sa ravni β .
- I_8 Postoje bar četiri tačke koje nisu incidentne sa istom ravni.

II Aksiome poretka

- II_1 Ako je $(A - B - C)$, tada su A, B i C tri različite tačke jedne iste prave i takođe je $(C - B - A)$.
- II_2 Za svake dve tačke A i B postoji tačka C , takva da je $(A - B - C)$.

II₃ Ako su A , B i C tri tačke jedne prave, tada važi najviše jedna od relacija: $(A - B - C)$, $(B - C - A)$, $(C - A - B)$.

II₄ (Pašova aksioma) Neka su A , B , C tri nekolinearne tačke i neka je p prava koja je incidentna sa ravni ABC i nije incidentna ni sa jednom od tačaka A , B , C . Ako važi relacija $(A - p - B)$, tada važi bar jedna od relacija $(B - p - C)$ i $(C - p - A)$.

III Aksiome podudarnosti

III₁ Za svaku polupravu a' sa početnom tačkom A' i svaku duž AB , postoji tačka $B' \in a'$, takva da je duž AB podudarna sa duži $A'B'$, $[AB] \cong [A'B']$.

III₂ Ako je $[A'B'] \cong [AB]$ i $[A''B''] \cong [AB]$, tada je $[A'B'] \cong [A''B'']$.

III₃ Ako je $(A - B - C)$ i $(A' - B' - C')$ i ako je $[AB] \cong [A'B']$ i $[BC] \cong [B'C']$, tada je $[AC] \cong [A'C']$.

III₄ Za svaku poluravan α' sa ivicom p' , za svaku polupravu $a' \subset p'$ sa početnom tačkom O' , za svaki ugao ab , postoji jedna i samo jedna poluprava $b' \subset a'$ sa početnom tačkom O' , takva da je ugao ab podudaran sa uglom $a'b'$, $\angle ab \cong \angle a'b'$.

Svaki ugao je podudaran samom sebi.

III₅ Ako za trouglove ABC i $A'B'C'$ važi da je $[AB] \cong [A'B']$, $[AC] \cong [A'C']$, $\angle BAC \cong \angle B'A'C'$, tada je i $\angle CBA \cong \angle C'B'A'$.

IV Aksiome neprekidnosti

IV₁ (Arhimedova aksioma) Neka su AB i CD proizvoljne duži. Neka su tačke A_1, A_2, A_3, \dots incidentne sa polupravom AB , tako da je

$$(A - A_1 - A_2), (A_1 - A_2 - A_3), (A_2 A_3 A_4), \dots,$$

$$[AA_1] \cong [A_1A_2] \cong [A_2A_3] \cong \dots \cong [CD].$$

Tada postoji ceo pozitivan broj n , takav da je $(A_1 - B - A_n)$.

IV₂ (Kantorova aksioma) Neka je dat beskonačan niz duži, takvih da je svaka duž sadržana u prethodnoj i ne postoji duž sadržana u svim dužima niza. Tada postoji tačka koja je sadržana u svim dužima toga niza.

V Aksioma paralelnosti

V_E Za svaku pravu a i svaku tačku A koja nije incidentna sa pravom a , postoji u ravni aA jedna i samo jedna prava koja je incidentna sa tačkom A i ne seče pravu a .

Hiperbolična geometrija (Geometrija Lobačevskog)

U hiperboličnoj geometriji su aksiome incidencije, poretka, podudarnosti i neprekidnosti iste kao u Euklidskoj geometriji. Razlika je jedino u aksiomi paralelnosti.

V_L (Aksioma Lobačevskog) Za svaku pravu a i svaku tačku A koja nije incidentna sa pravom a , postoje u ravni aA bar dve prave koje su incidentne sa tačkom A i ne seku pravu a .